

Aufnahmetest Deutsch – Beispiele für den C-Test

Aufgabe: Ergänzen Sie in den vorliegenden Texten jeweils die fehlenden Worthälften.

(Hinweis: Es fehlt jeweils die Hälfte der Buchstaben eines Wortes, bei Wörtern mit ungerader Buchstabenanzahl fehlt die Hälfte + 1 Buchstabe mehr.)

Beispiel: D ____ Zug na ____ Berlin i ____ heute ga ____ pünktlich abgef ____.

Lösung: Der Zug nach Berlin ist heute ganz pünktlich abgefahren.

Beispiel 1:

| | |
|----|--|
| 1. | Südsee und bayerische Provinz – das passt ungefähr so gut zusammen wie Piña Colada und Weißwurst. Trotzdem läuft in dem Städtchen Erding, 45 Kilo _____ nordöstlich v _____ München, d _____ Versuch, di _____ so untersch _____ Lebensgefühle un _____ dem gro _____ Glasdach ei _____ Thermalbades z _____ vereinen. I _____ Strandrestaurant »Caribbean’s« wer _____ Cocktails so _____ bayerische Spezia _____ zubereitet, wäh _____ im war _____ Lagunenbecken Senioren Wassergymnastik zu der Reggae-Musik von Bob Marley machen. Den alten Badegästen scheint dieser Hauch von Karibik genauso gut zu gefallen wie den vielen Familien mit Kindern. |
| 2. | Viele Unternehmen melden in den letzten Jahren sinkende Umsätze und Gewinne, sodass sie sparen müssen. In der aktuellen Wirtschaftskrise haben deutsche Firmen einen wich _____ Bereich f _____ Einsparungen entd _____: Sie reduz _____ die Kos _____ für Rei _____ um b _____ zu 30 Pro _____. Dies betr _____ einfache Mitar _____ ebenso w _____ Geschäftsführer, de _____ Reisekostenabrechnung frü _____ natürlich au _____ ein teu _____ Business-Class-Ticket nach Asien beinhalten durfte. Heute reist man billiger oder gar nicht, wenn man auch per Video-Konferenz mit Geschäftspartnern verhandeln kann. |
| 3. | Jede Kultur, jeder Mensch verbindet mit Farben bestimmte Gefühle, Aussagen, Wirkungen. Allgemein bekannt ist, dass je _____ Farbe ei _____ spezifische Ene _____ besitzt u _____ dass si _____ diese a _____ den Mens _____ übertragen ka _____. Dabei mu _____ man ab _____ wissen, da _____ der psychol _____ Einfluss v _____ Farben a _____ einem vollk _____ anderen Prinzip basiert als die Wirkung, die farbiges Licht hat, wenn es direkt auf die Haut trifft: In diesem Fall kann es auch die körperliche Gesundheit beeinflussen, nicht nur die seelische. |
| 4. | Der Klimawandel bedroht die Existenz unzähliger Menschen. So warnen Experten vom UN-Klimarat da _____, dass sc _____ in unge _____ 70 Jahren vi _____ Küstengebiete du _____ große Überschw _____ zerstört wer _____ könnten. Da _____ betroffen wä _____ Millionen v _____ Menschen, beso _____ in As _____. Unvorstellbar, wel _____ sozialen Prob _____ dadurch verur _____ würden, wenn auf einmal all diese Menschen eine neue Heimat suchen müssten! Dabei ist laut der Experten der Anstieg des Meeresspiegels nur eine von vielen erwartbaren Folgen des Klimawandels. |
| 5. | Viele Menschen bewegen sich zu wenig, oft aus Faulheit oder weil sie viel arbeiten müssen. Dabei we _____ jeder, w _____ gesund regelm _____ Sport i _____. Doch w _____ viel Ze _____ muss m _____ tatsächlich inves _____, um sei _____ Körper et _____ Gutes z _____ tun? D _____ Weltgesundheitsorganisation empf _____ eine ha _____ Stunde p _____ Tag – mindestens! Den meisten Menschen erscheint das jedoch in ihrem Alltag nicht machbar. Nun belegen neueste Studien: Bereits eine Viertelstunde Sport am Tag verlängert die Lebensdauer statistisch um ca. drei Jahre. |

Beispiel 1 – Lösungen

1. Text

Südsee und bayerische Provinz – das passt ungefähr so gut zusammen wie Piña Colada und Weißwurst. Trotzdem läuft in dem Städtchen Erding, 45 Kilometer nordöstlich von München, der Versuch, diese so unterschiedlichen Lebensgefühle unter dem großen Glasdach eines Thermalbades zu vereinen. Im Strandrestaurant »Caribbean's« werden Cocktails sowie bayerische Spezialitäten zubereitet, während im warmen Lagunenbecken Senioren Wassergymnastik zu der Reggae-Musik von Bob Marley machen. Den alten Badegästen scheint dieser Hauch von Karibik genauso gut zu gefallen wie den vielen Familien mit Kindern.

2. Text

Viele Unternehmen melden in den letzten Jahren sinkende Umsätze und Gewinne, sodass sie sparen müssen. In der aktuellen Wirtschaftskrise haben deutsche Firmen einen wichtigen Bereich für Einsparungen entdeckt: Sie reduzieren die Kosten für Reisen um bis zu 30 Prozent. Dies betrifft einfache Mitarbeiter ebenso wie Geschäftsführer, deren Reisekostenabrechnung früher natürlich auch ein teures Business-Class-Ticket nach Asien beinhalten durfte. Heute reist man billiger oder gar nicht, wenn man auch per Video-Konferenz mit Geschäftspartnern verhandeln kann.

3. Text

Jede Kultur, jeder Mensch verbindet mit Farben bestimmte Gefühle, Aussagen, Wirkungen. Allgemein bekannt ist, dass jede Farbe eine spezifische Energie besitzt und dass sich diese auf den Menschen übertragen kann. Dabei muss man aber wissen, dass der psychologische Einfluss von Farben auf einem vollkommen anderen Prinzip basiert als die Wirkung, die farbiges Licht hat, wenn es direkt auf die Haut trifft: In diesem Fall kann es auch die körperliche Gesundheit beeinflussen, nicht nur die seelische.

4. Text

Der Klimawandel bedroht die Existenz unzähliger Menschen. So warnen Experten vom UN-Klimarat davor, dass schon in ungefähr 70 Jahren viele Küstengebiete durch große Überschwemmungen zerstört werden könnten. Davon betroffen wären Millionen von Menschen, besonders in Asien. Unvorstellbar, welche sozialen Probleme dadurch verursacht würden, wenn auf einmal all diese Menschen eine neue Heimat suchen müssten! Dabei ist laut der Experten der Anstieg des Meeresspiegels nur eine von vielen erwartbaren Folgen des Klimawandels.

5. Text

Viele Menschen bewegen sich zu wenig, oft aus Faulheit oder weil sie viel arbeiten müssen. Dabei weiß jeder, wie gesund regelmäßiger Sport ist. Doch wie viel Zeit muss man tatsächlich investieren, um seinem Körper etwas Gutes zu tun? Die Weltgesundheitsorganisation empfiehlt eine halbe Stunde pro Tag – mindestens! Den meisten Menschen erscheint das jedoch in ihrem Alltag nicht machbar. Nun belegen neueste Studien: Bereits eine Viertelstunde Sport am Tag verlängert die Lebensdauer statistisch um ca. drei Jahre.

Beispiel 2:

| | |
|----|--|
| 1. | <p>Ein Forscherteam der WHO hat positive Auswirkungen von Rauchverboten, Warnhinweisen auf Zigarettschachteln und Abgaben für Tabak nachgewiesen: Über sieben Millionen Menschen hätten dadurch vermieden, einem frühzeitigen Tod bewahrt zu werden können. Dass staatliche Maßnahmen gegen das Risiko des Rauchens zu einem sehr guten Resultat führen würden, sei kaum vorhersehbar gewesen. Man empfand daher, dass die Tabaksteuer schrittweise zu erhöhen sei, um mehr Menschen als bisher vom Rauchen abzuhalten. Viele Jugendlichen würden schon jetzt ihr Geld lieber für ein Smartphone spenden. Das ist sicher sinnvoller als zu qualmen.</p> |
| 2. | <p>Die Würzburger Studentin Kristina Helmreich erfand im Jahr 2012 das sogenannte Speed-Dating bei der Zimmersuche: „Meine eigene Suche nach einer Wohngemeinschaft hatte mir unglaublich viel Mühe gekostet. Deshalb beschloss ich, regelmäßig ein zeitlich begrenztes, unkompliziertes Treffen für interessierte Zimmersuchende und Zimmeranbieter zu organisieren. Für fünf Minuten müssen jeweils ausgetauscht werden, um herauszufinden, ob sich die bei einem Gesprächspartner über ein Leben in einer gemeinsamen Wohngemeinschaft vorstellen können. Nur dadurch gibt es einen Besichtigungstermin und im Idealfall auch einen Mietvertrag.“ Ein Erfolgsprojekt, wie ihre „Kunden“ meinen!</p> |
| 3. | <p>Neurowissenschaftler haben mit Hirnmessungen herausgefunden, wie uns die Größe von Buchstaben beeinflusst. Sie dient nicht nur der Lenkung unserer Aufmerksamkeit. Insbesondere bei großen Buchstaben gedruckt, löst es auch stärkere Emotionen aus. Dabei steht jedoch der Inhalt des Textes, was man gerade liest, überraschenderweise erst an zweiter Stelle. Ohne Zweifel weisen diese Messungen Gefühlsreaktionen auf die enorme Bedeutung von Schrift in alphabetisierten Gesellschaften hin. Testen Sie sich selbst, wenn Sie das nächste Mal ein Werbeplakat sehen.</p> |

Beispiel 2 – Lösungen

1. Text

Ein Forscherteam der WHO hat positive Auswirkungen von Rauchverböten, Warnhinweisen auf Zigaretenschachteln und Abgaben für Tabak nachgewiesen: Über sieben Millionen Menschen hätten dadurch vor einem frühzeitigen Tod bewahrt werden können. Dass staatliche Maßnahmen gegen das riskante Rauchen zu einem so guten Resultat führen würden, sei kaum vorhersehbar gewesen. Man empfiehlt daher, die Tabaksteuer schrittweise zu erhöhen, um mehr Menschen als bisher vom Rauchen abzuhalten. Viele Jugendliche würden schon jetzt ihr Geld lieber für ein Smartphone sparen. Das ist sicher sinnvoller als zu qualmen.

2. Text

Die Würzburger Studentin Kristina Helmreich erfand im Jahr 2012 das sogenannte Speed-Dating bei der Zimmersuche: „Meine eigene Suche nach einer Wohngemeinschaft hatte mich unglaublich viel Mühe gekostet. Deshalb beschloss ich, regelmäßig ein zeitsparendes, unkompliziertes Treffen für interessierte Zimmersuchende und Zimmeranbieter zu organisieren. Fünf Minuten müssen jeweils ausreichen, um herauszufinden, ob sich die beiden Gesprächspartner überhaupt ein Leben in einem gemeinsamen Haushalt vorstellen können. Nur dann gibt es einen Besichtigungstermin und im Idealfall auch einen Mietvertrag.“ Ein Erfolgsprojekt, wie ihre „Kunden“ meinen!

3. Text

Neurowissenschaftler haben mit Hirnmessungen herausgefunden, wie uns die Größe von Buchstaben beeinflusst. Sie dient nicht nur der Lenkung unserer Aufmerksamkeit. Ist etwas in besonders großen Buchstaben gedruckt, löst es auch stärkere Emotionen aus. Dabei steht jedoch der Inhalt dessen, was man gerade liest, überraschenderweise erst an zweiter Stelle. Ohne Zweifel weisen diese messbaren Gefühlsreaktionen auf die enorme Bedeutung von Buchstaben in alphabetisierten Gesellschaften hin. Testen Sie sich selbst, wenn Sie das nächste Mal ein Werbeplakat sehen.

Hinweis: Alle Angaben ohne Gewähr!

Aufnahmetest Deutsch – Beispiel für den Satzbau-Test

Aufgabe: Vervollständigen Sie die Sätze des folgenden Textes sprachlich korrekt und inhaltlich sinnvoll mit allen Begriffen, die in den Klammern (in alphabetischer Reihenfolge) angegeben sind.

Die Begriffe dürfen grammatisch verändert werden. Grammatisch nötige Wörter müssen ergänzt werden.

Beispiel: Anita hat _____ (gut – kaufen – Stadtplan).

Lösung: Anita hat einen guten Stadtplan gekauft.

| | |
|----|--|
| 1. | Aufgrund _____ _____ _____ (ausfallen – Fest – Gewitter – heute). Es _____ (verschieben – Woche). |
| 3. | Herr Schmidt ist etwas nervös, denn _____ _____ _____ (halten – morgen – sollen – Vortrag – wichtig), _____ sich noch zu wenig vorbereitet hat. |
| 2. | Ich habe ein Problem mit dem Computer. Könntest _____ _____ _____? (bitte – helfen – heute – lösen – noch) |
| 4. | Obwohl es andauernd regnete, _____ _____ _____ (abbrechen – Berge – Monika – nicht – Urlaub), _____ blieb sogar noch ein paar Tage länger. |
| 5. | Stimmt es, dass Sie _____ _____ (interessieren – Umweltschutz)? Ich würde mich freuen, _____ _____ (dürfen – neu – Projekt – vorstellen). |

Hinweis: Es gibt manchmal verschiedene Lösungsmöglichkeiten.

Lösungsmöglichkeiten:

| | |
|----|--|
| 1. | Aufgrund eines Gewitters fällt das Fest heute aus. Es wird um eine Woche verschoben. oder: Aufgrund des Gewitters muss unser Fest heute leider ausfallen. Es wird auf nächste Woche verschoben. |
| 3. | Herr Schmidt ist etwas nervös, denn er soll morgen einen Vortrag halten, auf den er sich noch zu wenig vorbereitet hat. |
| 2. | Ich habe ein Problem mit dem Computer. Könntest du mir bitte (dabei) helfen, es heute noch zu lösen? oder: Könntest du mir bitte heute noch helfen es zu lösen? |
| 4. | Obwohl es andauernd regnete, brach Monika ihren Urlaub in den Bergen nicht ab, sondern blieb sogar noch ein paar Tage länger. |
| 5. | Stimmt es, dass Sie sich für Umweltschutz interessieren? Ich würde mich freuen, Ihnen ein neues Projekt vorstellen zu dürfen. oder: Ich würde mich freuen, wenn ich Ihnen mein neues Projekt vorstellen dürfte. |

10 Jahre Euro

1 Das Schlagwort Eurokrise ist seit Monaten aus keiner Tageszeitung mehr wegzudenken. Viele Menschen haben daher wenig Lust, das zehnjährige Jubiläum des Euros zu feiern. Doch trotz aller aktuellen Probleme ist die Einführung des Euros am 1. Januar 2002 doch ein bedeutender Schritt gewesen. Denn nie zuvor gab es in der Geschichte des Geldes eine so umfassende Veränderung wie die Umstellung der nationalen Währungen zum Euro.

2 Seit Münzen hergestellt werden, gibt es immer wieder Bestrebungen, Wirtschaftsräume durch einheitliches Geld zu vergrößern. Das war schon vor über 2000 Jahren so: In der griechischen Antike galten schon bald die Münzen Athens als Vorbild: Jeder Staat, der am überregionalen Handel teilhaben wollte, passte das Gewicht seiner Gold- oder Silbermünzen an die der mächtigen Athener an. Und im ganzen römischen Reich, also von Spanien und England bis nach Syrien und Ägypten, konnte man mit dem Denar bezahlen. – Deutschland dagegen wurde erst 1871 zu einem einheitlichen Wirtschaftsraum mit gemeinsamer Währung. Damals vereinten sich die 25 bisher unabhängigen deutschen Staaten zu einem großen Kaiserreich, in dem es natürlich ein überall gültiges Zahlungsmittel geben sollte.

3 Unsere Euro-Einführung ist jedoch mit keiner dieser Geldreformen vergleichbar. Und das lag nicht nur daran, dass auf einmal weit über 300 Millionen Menschen in Europa das neue Geld verwenden konnten und dass unendliche Mengen an Bargeld (Münzen und Scheine) umzutauschen waren. Der _____ Unterschied besteht im modernen Geldsystem selbst.

4 Noch vor hundert Jahren, also etwa bis zum ersten Weltkrieg, waren Geldscheine im Grunde ein Versprechen jedes einzelnen Staates, eine Art nationaler Gutscheine: Das heißt, man konnte Papiergeld jederzeit von einer staatlichen Bank in Gold einwechseln lassen, es war damit vertrauenswürdig. Und die Münzen aus Gold oder Silber waren ja durch das Material selbst wertvoll, niemand konnte sie abwerten. Dies garantierte natürlich eine Akzeptanz weit über die nationalen Grenzen hinaus; bei höherwertigen Münzen handelte es sich damals tatsächlich um _____ Geld.

**0. Aufgabe in Bezug auf den gesamten Text:
Welche Überschrift passt zum ganzen Text?**

- Entwicklung der nationalen Währungen
- Geschichte des europäischen Wirtschaftsraums
- Große Veränderungen durch die Euroeinführung
- Wichtige Hintergründe der aktuellen Eurokrise

1. Welcher Begriff passt zum zweiten Abschnitt?

- Gewichtszunahme
- Handelsabkommen
- Machterweiterung
- Vereinheitlichungstendenz
- Wirtschaftshindernisse

2. Welche Aussage ist laut Text richtig?

- Das deutsche Kaiserreich entstand 1871 aus wirtschaftlichen Gründen.
- Deutschland war bis 1871 in viele Einzelstaaten unterteilt.
- Die Deutschen einigten sich 1871 auf die Unabhängigkeit von 25 Einzelstaaten.
- In den 25 unabhängigen deutschen Staaten gab es ab 1871 ein allgemein gültiges Zahlungsmittel.

3. Welches Wort fehlt im dritten Abschnitt?

- angebliche
- einzige
- erste
- größte
- kleine

4. Welche Aussage passt zum vierten Abschnitt?

- Abwertung von Silber- und Goldmünzen
- Recht zum Umtausch von Geldscheinen in Gold
- Staatliches Versprechen für gute Scheine
- Vertrauenswürdiger Banken in früheren Zeiten

5. Welcher Begriff fehlt im vierten Abschnitt?

- illegales
- internationales
- regionales
- soziales
- territoriales

| | |
|--|---|
| <p>5 1865 gründeten Frankreich, Belgien, Italien und die Schweiz eine Union, der auch Griechenland drei Jahre später beitrug. Darin wurden zwei Vereinbarungen getroffen: Zum einen sollten alle Edelmetallmünzen der Mitgliedstaaten in gleicher Größe und gleichem Gewicht hergestellt werden und zum anderen sollten alle Münzen innerhalb dieser Union gelten. Diese Regelungen hatten teilweise Vorbildcharakter: Viele andere Staaten gaben vergleichbare Münzen heraus, auch ohne der Union beigetreten zu sein. Dieses System bewährte sich bis in die Zeit vor dem ersten Weltkrieg. Der Bevölkerung war es egal, ob sie mit einem goldenen 20-Francs-Stück aus der Schweiz oder Frankreich oder mit griechischen 20-Drachmen bezahlte – Hauptsache, der Goldwert solcher Münzen stimmte überein und wurde durch den Staat abgesichert.</p> | <p>6. Was bedeutet die Aussage zum „Vorbildcharakter“?</p> <p><input type="checkbox"/> Auch wenn die Union ein Vorbild hatte, wurden ihre Regeln teilweise von anderen Ländern übernommen.</p> <p><input type="checkbox"/> Die Union galt als ein Vorbild, sodass ihre Regeln zum Teil von anderen Ländern übernommen wurden.</p> <p><input type="checkbox"/> Obwohl die Union teilweise vorbildlich war, wurden ihre Regeln von anderen Ländern übernommen.</p> <p><input type="checkbox"/> Weil die Union einige Regeln von anderen Ländern übernommen hatte, galt sie als ein Vorbild.</p> |
| <p>6 Der Euro hingegen besitzt, anders als das Geld dieser Münzunion von 1865, keinen inneren Wert. Die 1-Euro-Münze zum Beispiel ist exakt ein Zehntel dessen wert, was man sich dafür kaufen kann. Sie besteht ja fast nur aus billigem Messing und Nickel. Und die Herstellung eines 5-Euro-Geldscheins kostet nicht einmal fünf Cent. Man kann sich Waren oder Dienstleistungen damit kaufen, darf dafür jedoch kein Gold vom Staat verlangen.</p> | <p>7. Welche Aussage ist laut Text richtig?</p> <p><input type="checkbox"/> Der Staat ist nicht verpflichtet, Waren oder Dienstleistungen gegen Gold einzutauschen.</p> <p><input type="checkbox"/> Euro-Scheine sind im Vergleich zu Euro-Münzen in der Herstellung teurer.</p> <p><input type="checkbox"/> Im Gegensatz zum früheren Geld ist der Materialwert des Euros sehr gering.</p> <p><input type="checkbox"/> Mit einem Euro lassen sich nur noch 10 Prozent der Waren im Vergleich zu früher kaufen</p> |
| <p>7 Der Euro ist aber auch kein „nationales“ Geld mehr, kein Gutschein „unseres“ Staates – ein Gedanke, der vielen älteren Menschen fremd ist. Dennoch besitzen zumindest die Euro-Münzen eine Art nationalen Charakter, denn die Rückseite darf jedes der bisher 17 Euro-Länder individuell gestalten. Manche haben sich für die Abbildung des Staatsoberhauptes (zum Beispiel des spanischen Königs) entschieden, andere präsentieren landestypische Bauwerke, Tiere, Pflanzen oder bedeutende Personen aus der Geschichte und Literatur. Schauen Sie in Ihren Geldbeutel: Sie werden staunen, wie viele Souvenirs aus der ganzen Eurozone Sie mit sich tragen!</p> | <p>8. Welche Aussage passt zum siebten Abschnitt?</p> <p><input type="checkbox"/> Der Euro wurde bereits in 17 Ländern als Währung eingeführt.</p> <p><input type="checkbox"/> Geschichte und Literatur spielen in Europa eine bedeutende Rolle.</p> <p><input type="checkbox"/> In den Euro-Ländern gibt es erstaunlich viele Geldbeutel als Souvenirs.</p> <p><input type="checkbox"/> Reiche Staaten bilden ihr Oberhaupt auf den Münzen ab.</p> <p>9. Welcher Begriff passt zum siebten Abschnitt?</p> <p><input type="checkbox"/> Einseitigkeit</p> <p><input type="checkbox"/> Gleichgültigkeit</p> <p><input type="checkbox"/> Mehrdeutigkeit</p> <p><input type="checkbox"/> Unstimmigkeit</p> <p><input type="checkbox"/> Vielfältigkeit</p> |

Lösungen für Beispiel 1 („10 Jahre Euro“)

0. Große Veränderungen durch die Euroeinführung
1. Vereinheitlichungstendenz
2. Deutschland war bis 1871 in viele Einzelstaaten unterteilt.
3. größte
4. Recht zum Umtausch von Geldscheinen in Gold
5. internationales
6. Die Union galt als ein Vorbild, sodass ihre Regeln zum Teil von anderen Ländern übernommen wurden.
7. Im Gegensatz zum früheren Geld ist der Materialwert des Euros sehr gering.
8. Der Euro wurde bereits in 17 Ländern als Währung eingeführt.
9. Vielfältigkeit

Leseverstehen – Beispiel 2

„Die Zukunft der Mobilität“

- 1 Durchschnittlich eine Stunde am Tag ist der moderne Mensch unterwegs. Er pendelt im Regionalzug zur Arbeit, fährt mit dem Auto zum Einkaufen oder fliegt in den Urlaub. Mobil zu sein ist ein Muss in der heutigen Gesellschaft. Doch die Bewegungsfreiheit ist teuer erkauft: Unfälle, Umweltbelastungen, Lärm und Verkehrsinfarkt lassen den Traum von der uneingeschränkten Mobilität vor allem in den Städten oft zum Alptraum werden.
- 2 Forscher verschiedenster Fachrichtungen stellen sich im Hinblick auf diese Schwierigkeiten die Frage, wie die Zukunft des Verkehrs gestaltet werden muss. Ein Hauptproblem ist aus ihrer Sicht der zunehmende Autoverkehr, da er den gefährlichen Klimawandel beschleunigt. _____ halten sie es für unwahrscheinlich, dass es eine autofreie Zukunft geben wird. Denn vor allem die Nachfrage aus Schwellenländern lässt die weltweite Automobilproduktion stark ansteigen.
- 3 In Deutschland ist der Pkw nach wie vor das bevorzugte Verkehrsmittel. Beispiel Berufsverkehr: Laut einer Umfrage des Statistischen Bundesamtes vom Jahr 2008 nutzten 60 Prozent der Berufspendler das Auto, während nur 13 Prozent mit öffentlichen Verkehrsmitteln an ihren Arbeitsplatz gelangten. Auf das Fahrrad griff nur eine kleine Minderheit von acht Prozent zurück. Doch auch wenn viele Deutsche nicht auf ihr Auto verzichten wollen, haben zumindest bei der jungen, städtischen Bevölkerung elektronische Hightech-Geräte wie Handys dem Auto den Rang abgelaufen. Das neueste Smartphone oder iPad ist für sie ein erstrebenswerteres Statussymbol als ein eigenes Auto. So weicht bei dieser Gruppe der Stolz auf den eigenen Pkw zunehmend einer neuen Kultur des Teilens. Fahrgemeinschaften oder das sogenannte „Carsharing“, bei dem ein Auto je nach Bedarf abwechselnd von verschiedenen Personen verwendet wird, sind ökonomische Formen der gemeinschaftlichen Pkw-Nutzung, die sich immer weiter verbreiten.
- 4 Angesichts der täglichen Staus auf Deutschlands Straßen und steigender Spritpreise werden in Zukunft aber auch alternative Fortbewegungsmittel wie das Fahrrad an Bedeutung gewinnen. Den Spaß am Radeln können selbst Unsportliche entdecken, wenn sie ein modernes E-Bike nutzen, denn solch ein Fahrrad _____ .

Kreuzen Sie jeweils die richtige Lösung an. ☒

Welche Überschrift passt am besten zum Abschnitt 1?

- Vorteile der gesellschaftlichen Mobilität
- Probleme der modernen Verkehrsnutzung
- Gefahren im alltäglichen Leben
- Umweltschutz als Herausforderung der Zukunft
- Ziele der städtischen Verkehrsorganisation

Welcher Begriff passt in die Lücke in Abschnitt 2?

- Anschließend
- Deshalb
- Trotzdem
- Überraschenderweise
- Zuerst

Welche Aussage steht sinngemäß in Abschnitt 3?

- Beim verbreiteten Carsharing fährt man zusammen in einem Auto.
- Im Berufsverkehr werden Autos häufiger genutzt als alle anderen Verkehrsmittel.
- Junge Stadtbewohner sind in Bezug auf Autos oft geteilter Meinung.
- Nur eine Minderheit der Deutschen hat Zugriff auf ein Fahrrad.
- Öffentliche Verkehrsmittel werden im Berufsverkehr zunehmend durch Autos verdrängt.

Laut Abschnitt 3 haben „Handys dem Auto den Rang abgelaufen.“ Was ist damit gemeint?

- Die Garantie für ein Handy läuft früher ab als bei einem Auto.
- Für manche ist der Besitz eines besonderen Handys wichtiger als ein privater Pkw.
- Handys bekommen im Ranking meist bessere Bewertungen als Autos.
- Mit einem Hightech-Handy kommt man als Autofahrer schneller ans Ziel.

Wie muss der letzte Satz von Abschnitt 4 enden?

- ... ist ein teures Statussymbol
- ... reduziert die Staufahrt auf der Autobahn
- ... spart durch einen Zusatz-Motor Muskelkraft
- ... sollte nur mit Sturzhelm gefahren werden
- ... wird wegen seines Wertes häufiger gestohlen

5 Doch nicht jeder kann oder will Rad fahren. Vielmehr zeigt sich ein Trend zur flexiblen, an den individuellen Wünschen orientierten Kombination der verschiedensten Fortbewegungsmittel. So fährt man mit dem Bus zum Treffpunkt der Fahrgemeinschaft, mit dem Fahrrad zum Bahnhof oder mit dem Auto zur S-Bahn-Station. Verkehrsplaner müssen diese Ansprüche berücksichtigen, indem sie z. B. genügend Parkplätze an den S-Bahn-Stationen in Vororten zur Verfügung stellen.

6 Auch der demographische Wandel führt zu _____. Während in deutschen Städten eher jüngere Menschen leben und die gute Verkehrsinfrastruktur genießen, steigt in ländlichen Gebieten der Altersdurchschnitt der Bevölkerung stetig. Doch die Bus- und Bahnverbindungen sind außerhalb der Städte oft unzureichend. Wer kein Auto hat, kommt nur schwer zu Einkaufsmöglichkeiten oder kulturellen und sozialen Veranstaltungen. Das steht im Widerspruch zu dem wachsenden Bedürfnis vieler Senioren, auch ohne Auto möglichst mobil zu bleiben und aktiv am gesellschaftlichen Leben auf dem Land teilzunehmen. Gerade dort müssen also innovative Konzepte für öffentliche Verkehrsmittel entwickelt werden, sonst wird Mobilität zum Vorrecht einer bestimmten Bevölkerungsgruppe.

7 Immerhin hat sich das Angebot für längere Strecken innerhalb Deutschlands schon etwas verbessert: Seit kurzem gibt es als attraktive Alternative zu Auto und Bahn den Fernbus, den auch ältere Reisende gerne nutzen. Früher durften Linienbusse nur mit besonderer Genehmigung Fahrgäste weiter als 50 Kilometer transportieren. Damit wollte der Staat die ökologisch sinnvollere Eisenbahn vor Konkurrenz schützen. Erst Anfang 2013 wurde diese gesetzliche Beschränkung aufgehoben. Inzwischen verbinden immer mehr private Fernbuslinien viele deutsche Orte, vor allem Großstädte, miteinander. Zwar sind die Busfahrkarten in der Regel deutlich billiger als vergleichbare Bahntickets, ob aber der Fernbus tatsächlich, wie einige Experten vorhersagen, zu einer ernst zu nehmenden Konkurrenz für die Bahn wird, zeigen die nächsten Jahre. Auch wenn die Bahn nicht immer pünktlich ankommt, finden sie viele Reisende sicherer und für lange Fahrten bequemer als einen Bus. So bleibt sie wohl vorerst das wichtigste öffentliche Personenbeförderungsmittel.

Welcher Begriff passt am besten zum Abschnitt 5?

- Anspruchsdenken
- Flexibilitätsbedürfnis
- Gemeinschaftsgefühl
- Orientierungshilfe
- Planungswunsch

Wie muss der erste Satz von Abschnitt 6 enden?

- ... neuen individuellen Chancen
- ... landwirtschaftlichen Problemen
- ... strukturellen Verbesserungen
- ... verkehrstechnischen Herausforderungen
- ... widersprüchlichen Ansichten

Am Ende von Abschnitt 6 steht: „sonst wird Mobilität zum Vorrecht einer bestimmten Bevölkerungsgruppe.“

Welcher Begriff beschreibt diese bestimmte Gruppe?

- deutsch
- innovativ
- kulturell
- öffentlich
- städtisch

Welche Aussage ist laut Abschnitt 7 richtig?

Fernbuslinien sind attraktiv,

- da sie eine ökologisch sinnvollere Alternative zur Bahn darstellen.
- obwohl sie weniger pünktlich sind als die Eisenbahn.
- seitdem sie die Genehmigung für mehr Fahrgäste haben.
- weil sie nicht so teuer sind wie die Bahn.
- wenn ältere Menschen sie nutzen können.

Welche Definition ist richtig?

Mit einem Personenbeförderungsmittel

- werden Mittel für mehr Personal gefordert.
- werden Personen mittelmäßig gefördert.
- werden Personen auf eine höhere Position befördert.
- werden Personen zu einem anderen Ort befördert.
- wird die Zahl der öffentlich beförderten Personen ermittelt.

Lösungen für Beispiel 2 („Die Zukunft der Mobilität“)

Welche Überschrift passt am besten zum Abschnitt 1?
Probleme der modernen Verkehrsnutzung

Welcher Begriff passt in die Lücke in Abschnitt 2?
Trotzdem

Welche Aussage steht sinngemäß in Abschnitt 3?
Im Berufsverkehr werden Autos häufiger genutzt als
alle anderen Verkehrsmittel.

Laut Abschnitt 3 haben „Handys dem Auto den Rang abgelaufen.“ Was ist damit gemeint?
Für manche ist der Besitz eines besonderen Handys wichtiger als ein privater Pkw.

Wie muss der letzte Satz von Abschnitt 4 enden?
... spart durch einen Zusatz-Motor Muskelkraft

Welcher Begriff passt am besten zum Abschnitt 5?
Flexibilitätsbedürfnis

Wie muss der erste Satz von Abschnitt 6 enden?
... verkehrstechnischen Herausforderungen

Am Ende von Abschnitt 6 steht:
„sonst wird Mobilität zum Vorrecht einer bestimmten Bevölkerungsgruppe.“

Welcher Begriff beschreibt diese bestimmte Gruppe?
Städtisch

Welche Aussage ist laut Abschnitt 7 richtig?
Fernbuslinien sind attraktiv, weil sie nicht so teuer sind wie die Bahn.

Welche Definition ist richtig?
Mit einem Personenbeförderungsmittel werden Personen zu einem anderen Ort befördert.

Hinweis: Alle Angaben ohne Gewähr!

Testnummer: _____

Nachname: _____

Vorname: _____

Kurs: T

Bewertungseinheiten: _____

Es sind **keine Hilfsmittel** erlaubt. Arbeitszeit: **45 Minuten**

Aufgaben T1 bis T5:

Bei den Aufgaben sind nur Ergebnisse anzukreuzen. Nebenrechnungen dafür sind nur auf den gelben Blättern durchzuführen und werden nicht bewertet.

- T1.** Vereinfachen Sie auf dem Blatt für Nebenrechnungen den folgenden Term so weit wie möglich und kreuzen Sie hier ein richtiges Ergebnis an!

/ 4 BE

$$\frac{a^m+a^n}{a^m-a^n} + \frac{a^m-a^n}{a^m+a^n} - \frac{4a^{2m}}{a^{2m}-a^{2n}} =$$

| | | | | |
|--|---|--|--|---|
| -2 <input type="checkbox"/> | -1 <input type="checkbox"/> | 0 <input type="checkbox"/> | 1 <input type="checkbox"/> | 2 <input type="checkbox"/> |
| $\frac{a^{2m}+a^{2n}}{a^{2m}-a^{2n}}$ <input type="checkbox"/> | $\frac{2a^m}{a^{2m}-a^{2n}}$ <input type="checkbox"/> | $\frac{-2a^n}{a^{2m}-a^{2n}}$ <input type="checkbox"/> | $\frac{1}{a^m+a^n}$ <input type="checkbox"/> | $\frac{-1}{a^m-a^n}$ <input type="checkbox"/> |

- T2.** Vereinfachen Sie auf dem Blatt für Nebenrechnungen den folgenden Term so weit wie möglich und kreuzen Sie hier alle richtigen Ergebnisse an!

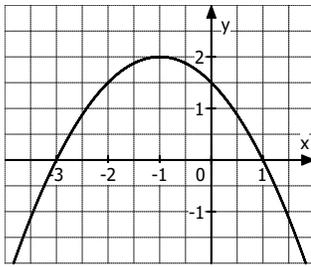
/ 3 BE

$$\left(\frac{\sqrt[12]{x^5}}{\sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}\right) \cdot \sqrt[12]{x} =$$

| | | | | | |
|--|--|---|--|---|--|
| \sqrt{x} <input type="checkbox"/> | $\sqrt[12]{x}$ <input type="checkbox"/> | $\sqrt[4]{x^3}$ <input type="checkbox"/> | $\sqrt{x} - x$ <input type="checkbox"/> | $x + \sqrt[12]{x}$ <input type="checkbox"/> | $1 + \sqrt[6]{x}$ <input type="checkbox"/> |
| $x^{\frac{3}{4}}$ <input type="checkbox"/> | $x^{\frac{1}{2}}$ <input type="checkbox"/> | $x^{\frac{1}{12}}$ <input type="checkbox"/> | $x^{\frac{1}{6}}(1 + x^{-\frac{1}{6}})$ <input type="checkbox"/> | $\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})$ <input type="checkbox"/> | $x^{\frac{1}{12}}(1 + x^{\frac{11}{12}})$ <input type="checkbox"/> |

T3. Gegeben ist der folgende Graph zur Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$.

/ 3 BE



Bestimmen Sie auf dem Blatt für Nebenrechnungen die passenden Werte der Parameter a , b und c und kreuzen Sie hier jeweils das richtige Ergebnis an!

| | | | | | | | | | |
|-------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 |
| $a =$ | <input type="checkbox"/> |
| $b =$ | <input type="checkbox"/> |
| $c =$ | <input type="checkbox"/> |

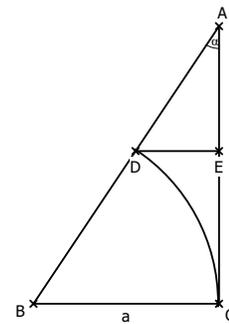
T4. Das Dreieck ABC ist rechtwinklig mit dem rechten Winkel bei C. Der Winkel bei A wird mit α bezeichnet. Die Strecken [BC] und [DE] sind zueinander parallel.

Außerdem gilt: $a := \overline{BC} = \overline{BD}$.

Bestimmen Sie auf dem Blatt für Nebenrechnungen eine möglichst einfache Formel für die Länge der Strecke [DE], die die Streckenlänge a und das Winkelmaß α enthält!

Kreuzen Sie hier ein richtiges Ergebnis an!

/ 4 BE



$\overline{DE} =$

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| $a(1 + \cos \alpha)$ <input type="checkbox"/> | $\frac{a}{1 - \cos \alpha}$ <input type="checkbox"/> | $(1 - a) \cos \alpha$ <input type="checkbox"/> | $a(1 - \tan \alpha)$ <input type="checkbox"/> | $\frac{a}{1 + \tan \alpha}$ <input type="checkbox"/> |
| $(1 + a) \tan \alpha$ <input type="checkbox"/> | $a(1 - \sin \alpha)$ <input type="checkbox"/> | $\frac{a}{1 + \sin \alpha}$ <input type="checkbox"/> | $(1 - a) \sin \alpha$ <input type="checkbox"/> | $a^2 \sin \alpha$ <input type="checkbox"/> |

T5. Bestimmen Sie auf dem Blatt für Nebenrechnungen zur folgenden Funktion f die maximale Definitionsmenge $D_f \subset \mathbb{R}$ und kreuzen Sie hier ein richtiges Ergebnis an!

$$f: x \mapsto f(x) = \ln(3 - \sqrt{9 - x^2})$$

/ 4 BE

Maximale Definitionsmenge $D_f =$

| | | | |
|--|--|---|---|
| \emptyset <input type="checkbox"/> | \mathbb{R} <input type="checkbox"/> | \mathbb{R}^+ <input type="checkbox"/> | $[-3; 3]$ <input type="checkbox"/> |
| $] -3; 3[$ <input type="checkbox"/> | $\{-3; 3\}$ <input type="checkbox"/> | $\{-3; -1; 1; 3\}$ <input type="checkbox"/> | $\mathbb{R} \setminus [-3; 3]$ <input type="checkbox"/> |
| $\mathbb{R} \setminus] -3; 3[$ <input type="checkbox"/> | $[-3; 3] \setminus \{0\}$ <input type="checkbox"/> | $] -3; 3[\setminus \{0\}$ <input type="checkbox"/> | $\{-1; 1\}$ <input type="checkbox"/> |

MC: / 18 BE

Aufgaben T6 bis T8:

Bei den Aufgaben gibt es keine Ergebnisse zur Auswahl.

Alle Überlegungen, Skizzen und Berechnungen sind auf dem vor Ihnen liegenden weißen Blatt durchzuführen und werden bewertet.

- T6.** Bestimmen Sie alle reellen Lösungen x der folgenden Gleichung:
$$2 \cdot 4^x - 2^{x+3} = 2^x - 2^2$$

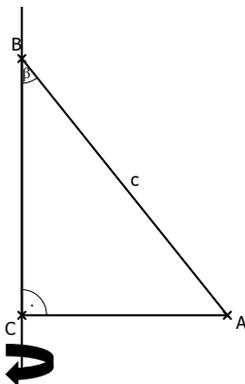
/ 5 BE

- T7.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge L der folgenden Logarithmusgleichung:
$$\log_{10} 40 - \log_4(x - 6) = \log_4(x + 6) - \log_{10} 25$$

/ 4 BE

- T8.** Durch Rotation des rechtwinkligen Dreiecks ABC um BC entsteht ein Körper. Bestimmen Sie das Volumen des Körpers in Abhängigkeit von c und β !

/ 5 BE



/ 32 BE

Aufnahmeprüfung zum Wintersemester 2022/23

Muster Mathematiktest

Gruppe A

Testnummer: _____

Nachname: _____

Vorname: _____

Kurs: **M** **W**

Bewertungseinheiten: _____

Es sind **keine Hilfsmittel** erlaubt. Arbeitszeit: **45 Minuten**

Schreiben Sie auf dieses Blatt nur die Lösungen!

Verwenden Sie für Nebenrechnungen die gelben Blätter! Diese werden nicht korrigiert.

Berechnen Sie!

BE

1. $473 + 758 =$ _____ 2. $323 : 17 =$ _____

3. $4,23 - 2,55 =$ _____ 4. $1,2 \cdot 4,3 =$ _____

5. $(-1,5) \cdot (-15) =$ _____ 6. $\sqrt{400} =$ _____

Geben Sie das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an! (*vollständig gekürzt: $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$*)

7. $\frac{11}{12} - \frac{4}{15} =$ _____ 8. $\frac{5}{8} : \frac{3}{4} =$ _____

9. $\frac{5}{9} + \frac{1}{6} - \frac{5}{12} =$ _____ 10. $\frac{16}{15} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{125}{64} =$ _____

Wandeln Sie den Bruch in einen Dezimalbruch (Kommazahl) um!

11. $\frac{3}{4} =$ _____, _____ 12. $\frac{19}{100} =$ _____, _____

Schreiben Sie die Zahl als vollständig gekürzten Bruch!

13. $0,8 =$ _____ 14. $0,375 =$ _____

Ergänzen Sie!

15. 20 % von 2500 € sind _____ €. 16. 150 € sind _____ % von 200 €.

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie!

17. $(5x + \sqrt{3}y)(\sqrt{3}x - 5y) =$ _____

18. $\left(\frac{1}{3}x + 6y\right)^2 =$ _____

19. $(11a^2 - 4b)(11a^2 + 4b) =$ _____

Faktorisieren Sie so weit wie möglich!

(Faktorisieren: $20a^2b - 5bc^2 = 5b(2a + c)(2a - c)$)

20. $36xy^2z^3 + 24x^3yz^2 - 48x^2yz^2 =$ _____

21. $75abc^3 - 48a^3bc =$ _____

22. $4x^2 + 4\sqrt{5}x + 5 =$ _____

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L!

23. $-4x + 3 = -9$; $L = \{\text{_____}\}$ 24. $5 - \frac{2}{3}x = -3$; $L = \{\text{_____}\}$

25. $\frac{4}{x+4} = -2$; $L = \{\text{_____}\}$ 26. $\sqrt{11-x} = 4$; $L = \{\text{_____}\}$

27. $x^2 = 625$; $L = \{\text{_____}\}$ 28. $10^x = 0,001$; $L = \{\text{_____}\}$

29. $-3x^2 + 3x + 6 = 0$; $L = \{\text{_____}\}$

30. $9x = \frac{1}{4}x^3$; $L = \{\text{_____}\}$

31. $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x - 2y = 1 \end{cases}$; $L: \begin{cases} x = \text{_____} \\ y = \text{_____} \end{cases}$

32. $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$; $L: \begin{cases} x = \text{_____} \\ y = \text{_____} \end{cases}$

33. $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \\ y = -2x + 4 \end{cases}$; $L = \{(\text{_____}; \text{_____}), (\text{_____}; \text{_____})\}$

Studienkolleg bei den Universitäten des Freistaates Bayern

Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf den

Mathematiktest

1. Polynomdivision:

1.1 Dividieren Sie!

- a) $(5x^3 - 16x^2 + 58x - 11):(x^2 - 3x + 1) =$ Lös.: $= 5x - 1$
- b) $(42x^9 - 13x^7 - 104x^5 + 84x^3 + 9x):(6x^4 + 11x^2 + 1) =$ Lös.: $= 7x^5 - 15x^3 + 9x$
- c) $(x^4 - 1):(x+1) =$ Lös.: $= x^3 - x^2 + x - 1$
- d) $(18x + 9 - 32x^{-1} + 5x^{-2}):(3x^{-1} - 0,5x^{-2}) =$ Lös.: $= 6x^2 + 4x - 10$
- e) $(x^4 - x^{-1}):(1 + x^{-1}) =$ Lös.: $= x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1}$
- f) $(x^6 + x^5y - xy^5 - y^6):(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) =$ Lös.: $= x^2 - y^2$
- g) $(a^3b + 2a^2b^2 + ab^3):(a+b) =$ Lös.: $= a^2b + ab^2$
- h) $(6a^4 - 3a^3b^2 - 4ab + 2b^3):(2a - b^2) =$ Lös.: $= 3a^3 - 2b$

1.2 Bestimmen Sie die Lösungen folgender Gleichungen:

- a) $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$ Lös.: -1; 2; 2
- b) $x^3 - 6x^2 + 32 = 0$ -2; 4; 4
- c) $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$ -2; -2; 1
- d) $x^3 - 27x - 54 = 0$ -3; -3; 6
- e) $x^3 - 7x + 6 = 0$ -3; 1; 2
- f) $x^3 - 13x + 12 = 0$ -4; 1; 3
- g) $x^3 - \frac{19}{36}x + \frac{5}{36} = 0$ $-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}$
- h) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ -1; 1; 1
- i) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ -1; 1; 2
- j) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ -2; 1; 4
- k) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ -2; 2; 3
- l) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$ -3; 3; 4
- m) $x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$ 5; $+\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$

| | |
|---|---------------------------|
| n) $x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$ | $-2; 1,5 \pm 0,5\sqrt{5}$ |
| o) $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 46x + 120 = 0$ | $-3; -2; 4; 5$ |
| p) $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = 0$ | $-4; -1; 2; 3$ |
| q) $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 3 = 0$ | $-3; -1; -1; +1$ |

2. Bruchterme:

2.1 Fassen Sie zusammen!

$$\frac{1}{a-b} - \frac{ab}{a^3 - b^3} = \quad \text{Lös.:} = \frac{a^2 + b^2}{a^3 - b^3}$$

2.2 Vereinfachen Sie soweit wie möglich!

$$\text{a) } \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{6}}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3)} = \quad \text{Lös.:} = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

$$\text{b) } \frac{a^4b^3x^2y - u^2v^5x^2y + a^4b^3xy^2 - u^2v^5xy^2}{u^2v^5xy - a^4b^3xy - u^2v^5x^2y^2 + a^4b^3x^2y^2} = \quad \text{Lös.:} = \frac{x+y}{xy-1}$$

$$\text{c) } \frac{1}{2^n} + \frac{3}{2^3} + \frac{5}{2^{n-3}} - \frac{82}{2^{n+1}} = \quad \text{Lös.:} = \frac{3}{8}$$

$$\text{d) } \frac{1-x^2}{x^8} + \frac{1+x}{x^6} - \frac{1}{x^5} = \quad \text{Lös.:} = \frac{1}{x^8}$$

$$\text{e) } \frac{x^m + x^n}{x^m - x^n} + \frac{x^m - x^n}{x^m + x^n} - \frac{x^{2m} + x^{2n}}{x^{2m} - x^{2n}} = \quad \text{Lös.:} = \frac{x^{2m} + x^{2n}}{x^{2m} - x^{2n}}$$

3. Quadratische Gleichungen:

| | | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------------|---|
| 3.1 a) $x^2 - 8x + 16 = 0;$ | $IL = \{4\}$ | b) $x^2 + 7x = 0;$ | $IL = \{0; -7\}$ |
| c) $x^2 - 5x + 6 = 0;$ | $IL = \{2; 3\}$ | d) $x^2 + 6x - 3 = 0;$ | $IL = \{-3 \pm 2\sqrt{3}\}$ |
| e) $3x^2 + x - 2 = 0;$ | $IL = \left\{\frac{2}{3}; -1\right\}$ | f) $6x^2 - 5x - 6 = 0;$ | $IL = \left\{1,5; -\frac{2}{3}\right\}$ |

$$\begin{array}{ll} \text{g) } 5x^2 + 2x + 1 = 0; & \text{IL} = \{ \} \\ \text{h) } 3x^2 - 10x + 6 = 0 & \text{IL} = \left\{ \frac{5}{3} \pm \frac{1}{3} \sqrt{7} \right\} \\ \text{i) } x^2 - 9x - 22 = 0; & \text{IL} = \{11; -2\} \\ \text{j) } x^2 + x - 1 = 0; & \text{IL} = \{ \} \end{array}$$

3.2 Gleichungen, die auf quadratische Gleichungen führen:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3x^2 + \frac{8}{x^2} = 14 & \text{IL} = \left\{ \pm 2; \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right\} \\ \text{b) } x^4 + x^2 - 1 = 0; & \text{IL} = \left\{ \pm 2; \pm \sqrt{5} \right\} \\ \text{c) } 16x^4 - 136x^2 + 225 = 0; & \text{IL} = \left\{ \pm \frac{5}{2}; \pm \frac{3}{2} \right\} \\ \text{d) } x^6 - 7x^3 - 8 = 0; & \text{IL} = \{2; -1\} \\ \text{e) } x^4 - 8x^2 + 15 = 0; & \text{IL} = \left\{ \pm \sqrt{3}; \pm \sqrt{5} \right\} \\ \text{f) } x - 8\sqrt{x} + 15 = 0; & \text{IL} = \{9; 25\} \\ \text{g) } x - 6\sqrt{x} + 4 = 0; & \text{IL} = \left\{ 14 \pm 6\sqrt{5} \right\} \\ \text{h) } x + 2\sqrt{x} - 24 = 0; & \text{IL} = \{16\} \\ \text{i) } (3x^2 - 7)(2x^2 - 5) = x^2 - 1; & \text{IL} = \left\{ \pm \sqrt{2}; \pm \sqrt{3} \right\} \end{array}$$

4. Wurzelgleichungen:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x+7} + 1 = 2x; & \text{IL} = \{2\} \\ \text{b) } 2 - x = \sqrt{4-3x}; & \text{IL} = \{0; 1\} \\ \text{c) } x + 2\sqrt{3x+1} = 7 - 2x; & \text{IL} = \{1; 5\} \\ \text{d) } \sqrt{x+8} + \frac{12}{\sqrt{x+8}} = 7; & \text{IL} = \{1; 8\} \\ \text{e) } \sqrt{2x-3} + \sqrt{x+3} = \sqrt{5x+6}; & \text{IL} = \{6\} \\ \text{f) } \sqrt{x-6} + \sqrt{1-x} = \sqrt{2x-5}; & \text{IL} = \{ \} \\ \text{g) } (x^{-2,5} - 7)^{-0,5} = 0,2; & \text{IL} = \{0,25\} \\ \text{h) } (2 - x^2)^{0,5} = (2 - x^2)^{\frac{1}{3}}; & \text{IL} = \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{2} \right\} \\ \text{i) } \left(x^{\frac{2}{5}} + 4 \right)^{\frac{4}{3}} = 16; & \text{IL} = \{32\} \\ \text{j) } \sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7; & \text{IL} = \{4; 11\} \\ \text{k) } (x-2)\sqrt{x^2-9} = 0; & \text{IL} = \{\pm 3\} \\ \text{l) } \sqrt{4-x} + \sqrt{1+x} = 3; & \text{IL} = \{0; 3\} \\ \text{m) } \sqrt{x^2-5} = x-5; & \text{IL} = \{ \} \\ \text{n) } (x^{\frac{3}{2}} + 24)^{\frac{2}{5}} = 4; & \text{IL} = \{4\} \\ \text{o) } (x+6)^{0,75} = 8; & \text{IL} = \{10\} \end{array}$$

5. Ungleichungen:

- a) $-x^2 < 4x$; $IL =]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$ b) $x - 6\sqrt{x} + 8 > 0$ $IL = [0; 4[\cup]16; +\infty[$
- c) $2 < \frac{x+1}{x-1} < 3$; $IL =]2; 3[$ d) $(x-5)^2 \leq 4$; $IL = \{x \mid 3 \leq x \leq 7\}$
- e) $x - 4\sqrt{x} \geq -3$; $IL = [0; 1] \cup [9; +\infty[$ f) $2x - 3\sqrt{x} < 2$ $IL = [0; 4[$
- g) $\frac{x+2}{x-1} < 2$; $IL =]-\infty; 1[\cup]4; +\infty[$ h) $(x+3)(x-4) \geq 0$; $IL =]-\infty; -3] \cup]4; +\infty[$
- i) $(2x-3)(5x-8) \leq 0$; $IL = [1,5; 1,6]$ j) $x^2 + 6x - 27 > 0$ $IL =]-\infty; -9[\cup]3; +\infty[$
- k) $x(x-3) > 0$; $IL =]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$ l) $x^2 - x < 6$; $IL =]-2; 3[$
- m) $(x-3)^2 \geq 1$; $IL =]-\infty; 2[\cup]4; +\infty[$
- n) $\frac{x+1}{|x-2|} > 2$; $IL =]1; 2[\cup]2; 5[$
- o) Zeichnen Sie die Bereiche aller Punkte $(x; y)$ in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, für die gilt:
- o1) $x \leq |y|$ o2) $|x+y| \geq 1$

6. Gleichungssysteme:

- a) $x + 4y = 4$ $IL = \left\{ \left(-2; \frac{3}{2} \right) \right\}$
 $7x + 6y = -5$
- b) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1$ $IL = \{(10; 12)\}$
 $\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}y = 1$
- c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{8}{65} = 0$ $IL = \{(-5; -13)\}$
 $\frac{5}{x} + \frac{13}{y} + 2 = 0$
- d) $\frac{a}{x+y} - \frac{b}{x-y} = 1$ $IL = \{(a-b; a+b)\}$
 $\frac{b}{x+y} + \frac{a}{x-y} = \frac{b^2 - a^2}{2ab}$
- e) $\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt{y}} = 3$
 $\frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 1$ keine reelle Lösung!
- f) $x^4 - y^4 = 16$ $IL = \{(2; 0); (-2; 0)\}$
 $x^2 - y^2 = 4$

$$g) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} - 7 = 0 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{IL} = \{(1, -1)\}$$

$$h) \begin{cases} y - 10xy + 2x = 0 \\ 4y - 20xy + 3x = 0 \end{cases} \quad \text{IL} = \left\{ (0;0); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4} \right) \right\}$$

7. Exponentialgleichungen:

- | | | | |
|--|------------------------------------|---|--|
| a) $2^x = 8;$ | IL = {3} | b) $2^x = 64;$ | IL = {6} |
| c) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8;$ | IL = {-3} | d) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16;$ | IL = {-2} |
| e) $5^x = 5^3;$ | IL = {3} | f) $3^{x+5} - 3^3 = 0;$ | IL = {-2} |
| g) $(5^{3x-1})^{\frac{1}{3}} = (5^{x-2})^{\frac{1}{2}};$ | IL = $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$ | h) $0,1^x = 100;$ | IL = {-2} |
| i) $2^x = 0,125;$ | IL = {-3} | j) $11^x - 1 = 0;$ | IL = {0} |
| k) $4^x - 8 = 0;$ | IL = $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ | l) $5^{5x+1} = 25^{2x-3};$ | IL = {-7} |
| m) $2^x - 2^{x-2} = 3;$ | IL = {2} | n) $3^{6x-7} + 9^{3x-4} + 27^{2x-4} = 325;$ | IL = {2} |
| o) $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0;$ | IL = {1; 2} | p) $10^{2x+1} + 99 \cdot 10^x = 10;$ | IL = {-1} |
| q) $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0;$ | IL = {1; 2} | r) $2^{3x-1} + 2^{2x} \cdot 2^{x+2} = 0;$ | IL = {1} |
| s) $2^x = 3 + 2^{2-x};$ | IL = {2} | t) $2^{x+1} - 2^{x-1} + 4 \cdot 2^{1-x} = 8;$ | IL = $\left\{\lg \frac{16}{7}\right\}$ |
| u) $9^x - 2 \cdot 3^x - 63 = 0;$ | IL = {2} | v) $3 \cdot 100^x - 10^{x+1} = \frac{1}{5} \cdot 10^3;$ | IL = {1} |

8. Logarithmusgleichungen und Exponentialgleichungen:

8.1 Formeln für Logarithmen:

| |
|--|
| $b^x = y \Leftrightarrow x = \log_b y$ |
|--|

$$(y \in \mathbb{R}^+ \text{ und } b \in \mathbb{R}^+ \quad \{1\})$$

z. B. $0,5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_{0,5} 3 = \frac{\lg 3}{\lg 0,5}$

Der dekadische Logarithmus: $\log_{10} a =: \lg a$; $\lg 1 = 0$; $\lg 10 = 1$; $\lg 100 = 2$;

Der natürliche Logarithmus: $\log_e x =: \ln x$; $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$;
($e = 2,71828\dots$ heißt Eulersche Zahl)

Rechengesetze für Logarithmen ($u, v > 0$)

$$\log_b(u \cdot v) = \log_b u + \log_b v \qquad \log_b\left(\frac{u}{v}\right) = \log_b u - \log_b v$$

$$\log_b u^n = n \cdot \log_b u, \qquad \log_b 1 = 0$$

$$\log_b b^n = n \qquad b^{\log_b n} = n$$

$$\log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c} \quad \text{die Basisumrechnungsformel} \qquad (a > 0 \text{ und } b, c \in \mathbb{R} \text{ ohne } \{1\})$$

8.2 Aufgaben:

8.2.1 Berechnen Sie x !

a) $\lg 0,1 = x$ IL = $\{-1\}$ b) $\log_{0,25} 4 = x$ IL = $\{-1\}$ c) $\log_{0,5} 8 = x$ IL = $\{-3\}$

d) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = x$ IL = $\{-4\}$ e) $\log_4 4^2 = x$ IL = $\{2\}$ f) $2^{\log_2 3} = x$ IL = $\{3\}$

g) $\log_2 0,5 = x$ IL = $\{-1\}$ h) $\log_2 1 = x$ IL = $\{0\}$ i) $\log_2 4 = x$ IL = $\{2\}$

j) $\log_{0,5} 2 = x$ IL = $\{-1\}$ k) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = x$ IL = $\{-2\}$ l) $\log_6 \sqrt{6} = x$ IL = $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

m) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = x$ IL = $\{-3\}$ n) $\log_{\frac{1}{2}} 2 = x$ IL = $\{-1\}$ o) $\log_5 125^{-1} = x$ IL = $\{-3\}$

p) $\log_{12} 144 = x$ IL = $\{2\}$ q) $\log_{0,5} 0,125 = x$ IL = $\{3\}$ r) $\log_2 32 = x$ IL = $\{5\}$

s) $\lg 10000 = x$ IL = $\{4\}$ t) $\log_5 \sqrt{5^3} = x$ IL = $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ u) $\log_2 4\sqrt{2} = x$ IL = $\{2,5\}$

$$v) \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} = x \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \quad w) \log_{0,25} \frac{1}{2} = x \quad \text{IL} = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad x) \log_{0,5} 0,25 = x \quad \text{IL} = \{2\}$$

$$y) \log_a \frac{1}{\sqrt{a}} = x \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \quad z) \log_{\frac{1}{a}} a^{\frac{3}{4}} = x \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$$

8.2.2 Für welche Werte von x gilt?

$$a) \log_{\sqrt{a}} a^{-1,5} = x \quad \text{IL} = \{-3\} \quad b) \log_{a^2} \frac{1}{\sqrt{a}} = x \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$$

$$c) \log_x 0,25 = 2 \quad \text{IL} = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad d) \log_x 8 = -3 \quad \text{IL} = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad e) \log_x 3 = 0 \quad \text{IL} = \{ \}$$

$$f) \log_2 x = 4 \quad \text{IL} = \{16\} \quad g) \log_2 x = 1 \quad \text{IL} = \{2\}$$

8.2.3 Zerlegen Sie!

$$a) \log_a (uvw) = \quad \text{Lös.:} = \log_a u + \log_a v + \log_a w$$

$$b) \log_a \frac{e \cdot f}{g \cdot h} = \quad \text{Lös.:} = \log_a e + \log_a f - \log_a g - \log_a h$$

$$c) \log_a u^{-5} = \quad \text{Lös.:} = -5 \log_a u$$

$$d) \log_a \frac{1}{\sqrt[3]{b}} = \quad \text{Lös.:} = -\frac{1}{3} \log_a b$$

$$e) \log_a (x^2 - y^2) = \quad \text{Lös.:} = \log_a (x - y) + \log_a (x + y)$$

8.2.4 Fassen Sie zusammen!

$$a) \log_a x + \log_a y - \log_a z = \quad \text{Lös.:} = \log_a \frac{x \cdot y}{z}$$

$$b) -\log_a x - \log_a y = \quad \text{Lös.:} = \log_a \frac{1}{x \cdot y}$$

$$c) 3 \left(\log_a 3 - 2 \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y \right) = \quad \text{Lös.:} = \log_a \left(\frac{3}{x^2 \cdot \sqrt{y}} \right)^3$$

$$d) m \cdot \log_a(x+y) - n \cdot (\log_a x + \log_a y) = \text{Lös.:} = \log_a \frac{(x+y)^m}{(x \cdot y)^n}$$

8.2.5 Bestimmen Sie die Definitionsmenge ID und die Lösungsmenge IL!

$$a) \lg(3x-2) = -1; \quad \text{ID} = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x > \frac{2}{3} \right\} \quad \text{IL} = \{0,7\}$$

$$b) \lg(4x) + \lg\left(\frac{x}{5}\right) = 1 + \lg 2; \quad \text{ID} = \mathbb{R}^+ \quad \text{IL} = \{5\}$$

$$c) \log_2(x+2) + \log_2 x - \log_2 3 = 0; \quad \text{ID} = \mathbb{R}^+ \quad \text{IL} = \{1\}$$

$$d) \log(3x-5) = \lg(2x+6); \quad \text{ID} = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x > \frac{5}{3} \right\} \quad \text{IL} = \{11\}$$

$$e) (\lg x)^2 - \lg x = 0,75; \quad \text{ID} = \mathbb{R}^+ \quad \text{IL} = \{10^{1,5}; 10^{-0,5}\}$$

$$f) x^{\lg x} = 1000; \quad \text{ID} = \mathbb{R}^+ \quad \text{IL} = \{10^{\pm\sqrt{3}}\}$$

$$g) (100x)^{\lg x} = 1000; \quad \text{ID} = \mathbb{R}^+ \quad \text{IL} = \{10^{-3}; 10\}$$

$$h) 2^x > 100000; \quad \text{ID} = \mathbb{R} \quad \text{IL} = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x > \frac{5}{\lg 2} \right\}$$

$$i) 15 \cdot 10^{x-2} = 4^x \cdot 7; \quad \text{ID} = \mathbb{R} \quad \text{IL} = \left\{ \frac{\lg \frac{140}{3}}{\lg 2,5} \right\}$$

$$j) 10^{x-1} = 8 \cdot 3^x; \quad \text{ID} = \mathbb{R} \quad \text{IL} = \left\{ \frac{\lg 80}{\lg \frac{10}{3}} \right\}$$

$$k) 11^{x-1} = 10; \quad \text{ID} = \mathbb{R} \quad \text{IL} = \left\{ \frac{\lg 110}{\lg 11} \right\}$$

8.2.6 Bestimmen Sie die Lösungsmenge IL!

$$\text{a) } \sqrt{x^4 + x^4 \cdot \lg x^2} = 0; \quad \text{IL} = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \right\}$$

$$\text{b) } \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) = 1; \quad \text{IL} = \left\{ \frac{e - \frac{1}{e}}{2} \right\}$$

$$\text{c) } x \cdot x^{2+\lg x} = 10000; \quad \text{IL} = \{10^{-4}; 10\}$$

$$\text{d) } \begin{cases} y \cdot \lg x = x \\ y^2 - y = 0 \end{cases} \quad \text{IL} = \{ \quad \}$$

$$\text{e) } \log_{\frac{1}{a}} a\sqrt{a} = x; \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

$$\text{f) } \log_{25} 0,008 = x; \quad \text{IL} = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

$$\text{g) } \log_b 4 - \log_b(3x) + 2 \cdot \log_b x = 0; \quad \text{IL} = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

$$\text{h) } \log_x \frac{1}{128} = -7; \quad \text{IL} = \{2\}$$

$$\text{i) } \log_{\frac{1}{5}} 25^x = -2; \quad \text{IL} = \{1\}$$

$$\text{j) } \log_8 2 = x; \quad \text{IL} = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{k) } \log_x \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}; \quad \text{IL} = \{27\}$$

$$\text{l) } \log_2 \frac{1}{2} = x; \quad \text{IL} = \{-1\}$$

$$\text{m) } \log_5 x = 4; \quad \text{IL} = \{625\}$$

$$\text{n) } (10x)^{\lg x} = 100; \quad \text{IL} = \{10; 0,01\}$$

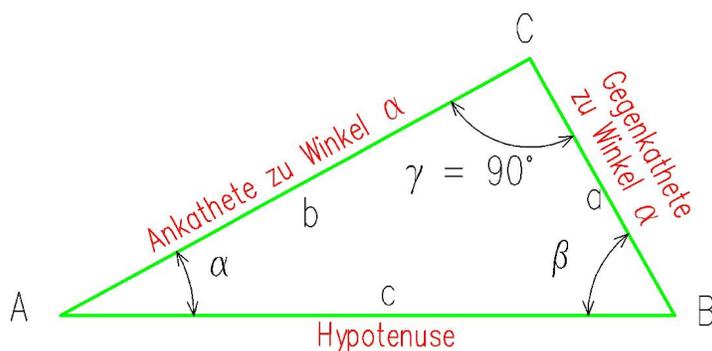
$$\text{o) } \log_{a^2} \frac{1}{a^3} = x; \quad \text{IL} = \{-1,5\}$$

$$p) \log_2\left(\frac{x^2+3}{x+1}\right) = \log_2 x + \log_2 2;$$

$$\text{IL} = \{1\}$$

8.2.7 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f_a : x \mapsto f_a(x) = -\ln\left(\frac{x}{a}\right)$, $a > 0$ sowie den Graphen der Umkehrfunktion f_a^{-1} !

9. Trigonometrie:



$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{b}{a}$$

Funktionswerte besonderer Winkel,

Vorzeichen

| | | | | | | | | | | | |
|----------|-----------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|---|----|-----|----|
| α | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | I | II | III | IV |
|----------|-----------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|---|----|-----|----|

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------|------------|------------|---|---|---|---|
| $\sin \alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1 | 0 | -1 | + | + | - | - |
| $\cos \alpha$ | 1 | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | + | - | - | + |
| $\tan \alpha$ | 0 | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | nicht def. | 0 | nicht def. | + | - | + | - |
| $\cot \alpha$ | nicht def. | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 0 | nicht def. | 0 | + | - | + | - |

Additionstheoreme:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{\sin(x + y)}{\cos(x + y)}$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y} = \frac{\sin(x - y)}{\cos(x - y)}$$

Doppelwinkelfunktionen:

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2}{\cot x - \tan x}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos(2x))$$

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{1 + \cos(2x)}$$

Summen zweier trigonometrischer Funktionen (Identitäten):

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

Das Bogenmaß:

$$x = \frac{\alpha \cdot \pi}{180^\circ}$$

Aufgaben:

Für welche x mit $0^\circ \leq x < 360^\circ$ (b.z.w. $0 \leq x < 2\pi$) gilt?

a) $\sin x = \sin 2x \quad x \in \{0^\circ; 60^\circ; 180^\circ; 300^\circ\}$ b) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \quad x \in \{30^\circ; 150^\circ\}$

c) $\sin x + \cos x = 1; x \in \{0^\circ; 90^\circ\}$ d) $\cos(x - 45^\circ) + \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0; x \in \{195^\circ; 255^\circ\}$

e) $\sin x + \cos x = 0; x \in \{135^\circ; 315^\circ\}$ f) $\sin x - \cos x = 0; x \in \{45^\circ; 225^\circ\}$

g) $\sin^2 x + \cos x = 1; x \in \{0^\circ; 90^\circ; 270^\circ\}$

h) $\sin x + \cos(2x) = 1; x \in \{0^\circ; 30^\circ; 150^\circ; 180^\circ\}$

i) $\sin(2x) + 2\cos^2 x = 2; x \in \{0^\circ; 45^\circ; 180^\circ; 255^\circ\}$

j) $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}\sqrt{3}; x \in \{120^\circ; 150^\circ; 300^\circ; 330^\circ\}$

k) $1 + \cos(2x) = \cos x; x \in \{60^\circ; 90^\circ; 270^\circ; 300^\circ\}$

l) $4\cos^2 x - 3 = 0; x \in \{30^\circ; 150^\circ; 210^\circ; 330^\circ\}$

m) $\sin^2 x + \cos x = 1,25; x \in \{60^\circ; 300^\circ\}$

n) $\sin^2 x = 3\cos^2 x \quad \wedge x \in \mathbb{R}; x \in \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi \wedge k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$\text{o) } \begin{cases} x + y = \frac{2}{3}\pi \\ \sin x + \sin y = 1,5 \end{cases} \quad x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right\} \quad \text{p) } \left(\sin \frac{x}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos x); \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\text{q) } \sin x \cdot \tan x = 1 + \cos x; \quad x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2}{3}\pi; \pi \right\} \quad \text{r) } \sin(2x) + 2 \cdot \cos x = 0; \quad x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi \right\}$$

$$\text{s) } (1 + \sin x) \cdot \cos x - \cos^2 x = 0; \quad x \in \left\{ 0; \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi \right\}$$

$$\text{t) } 4 \cdot \sin^2 x + 3 \cdot \tan^2 x = 2; \quad x \in \{30^\circ; 150^\circ; 210^\circ; 330^\circ\}$$

$$\text{u) } \sin^2 x + 2 \cdot \tan^2 x = 2,5; \quad x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3}{4}\pi; \frac{5}{4}\pi; \frac{7}{4}\pi \right\}$$

$$\text{v) } \tan(2x) = 3 \cdot \tan x; \quad x \in \{0^\circ; 30^\circ; 150^\circ; 180^\circ; 210^\circ; 330^\circ\}$$

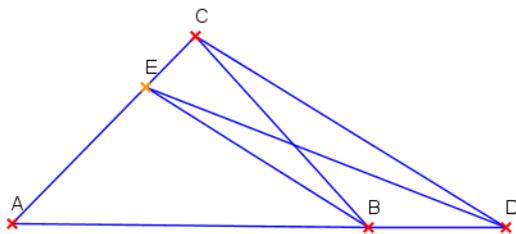
$$\text{w) } \sin x + \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x; \quad x \in \{0^\circ; 90^\circ\}$$

$$\text{x) } \sin x \cdot \cos x = 1; \quad x \in \{ \}$$

y) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f: x \mapsto y = 1 + 2 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

10 Aufgaben zur Geometrie:

10.1. Beweisen Sie, dass die Flächeninhalte der Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle ADE$ gleich sind.



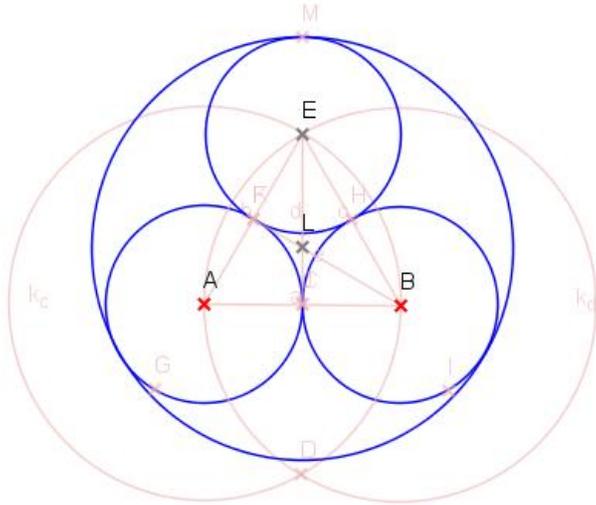
Die Strecken $[EB]$ und $[CD]$ sind parallel.

Beweis: Der Schnittpunkt der Strecken $[DE]$ und $[BC]$ werde mit S bezeichnet. Die beiden Dreiecke haben das Viereck $ABSE$ gemeinsam. Es bleibt noch zu zeigen: $\triangle BDS$ ist flächengleich zu $\triangle ESC$.

Nun gilt: $\triangle BDC$ ist flächengleich zu $\triangle EDC$, weil diese beiden Dreiecke die Seite \overline{CD} gemeinsam haben und die Höhe in beiden Dreiecken gleich ist ($[EB]$ ist parallel zu $[CD]$).

$\Rightarrow \triangle ESC$ ist flächengleich zu $\triangle BDS \Rightarrow$ die Behauptung.

10.2 Einem Kreis mit dem Mittelpunkt L und dem Radius $R=10$ cm sind drei kleinere Kreise mit den Radien r einbeschrieben. Berechnen Sie den Radius r der kleineren Kreise.



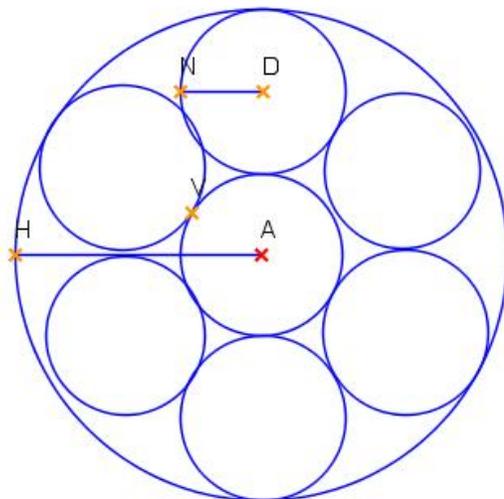
Lösung: $R = 10 \text{ cm} = 2r + x$ (x ist der Abstand vom kleinen Kreis zum Mittelpunkt L des großen Kreises). $\Rightarrow x = 10 - 2r$.

Nach dem Strahlensatz gilt: $(x+r):R = 2r : 10\sqrt{3}$ (Seitenlänge s im gleichschenkeligen

Dreieck bei gegebenem Umkreisradius $R=10$, $\frac{1}{2}s = R \cdot \cos 30^\circ = R \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow s = 10\sqrt{3}$).

Ausrechnen liefert den Wert $r = \frac{100\sqrt{3}}{20 + 10\sqrt{3}} \approx 4,64$ [cm] (mit dem Taschenrechner).

10.3 Einem Kreis mit Radius $R = \overline{AH}$ sind 7 Kreise mit gleichem Radius $r = \overline{DN}$ so einbeschrieben, dass sich die Kreise berühren. Welcher Teil der Fläche des großen Kreises wird von den 7 kleinen Kreisen bedeckt?



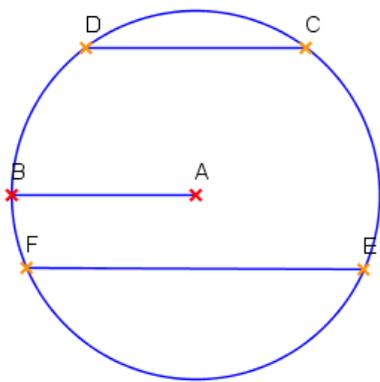
Lösung: Es gilt $r = (R-r) \sin 30^\circ = (R-r) \cdot 0,5 = 0,5 R - 0,5 r \Leftrightarrow 3r = R$

Fläche des großen Kreises: $F_R = R^2\pi = 9r^2\pi$

Fläche der 7 kleinen Kreise: $7 F_r = 7r^2\pi$

$\frac{7r^2\pi}{9r^2\pi} = \frac{7}{9}$ Antwort: $\frac{7}{9}$ der Fläche des großen Kreises werden durch die 7 kleinen Kreise bedeckt.

10.4 Es soll der Abstand zweier paralleler Sehnen in einem Kreis mit Radius $r = \overline{AB} = 65$ cm berechnet werden. Die Sehnenlängen sind $s_1 = \overline{CD} = 112$ cm und $s_2 = \overline{EF} = 126$ cm.

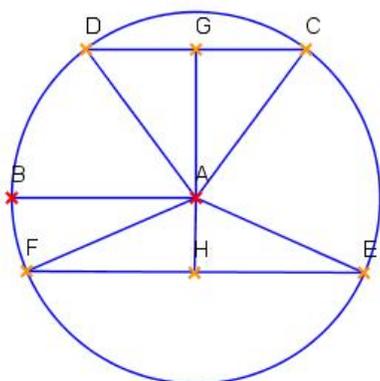


Lösung: $\overline{AG} = x_1$; $\overline{AH} = x_2$;

nach dem Satz des Pythagoras gilt im $\triangle AGD$: $x_1^2 + 56^2 = 65^2$

und im $\triangle AFH$: $x_2^2 + 63^2 = 65^2 \Rightarrow x_1 = 33$ und $\Rightarrow x_2 = 16$

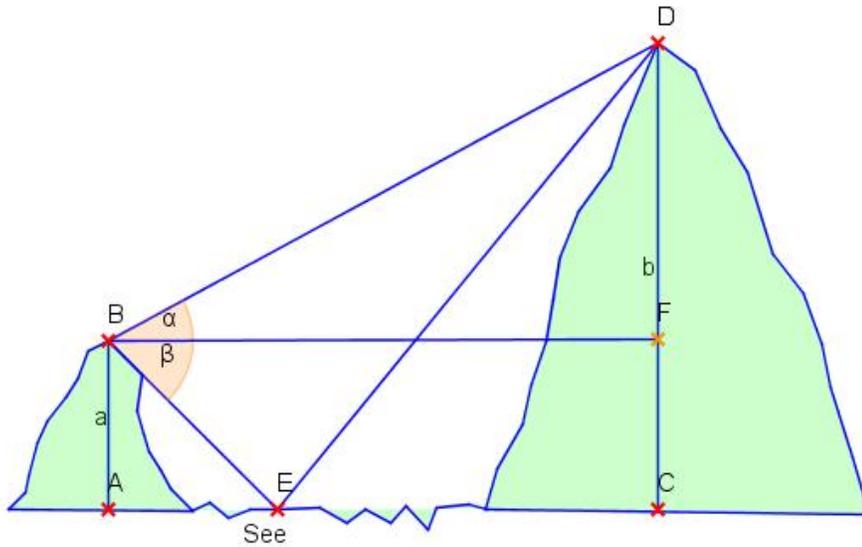
Der Abstand beträgt 49 cm.



10.5 Von einem Punkt B eines Berges sieht man den Gipfel D eines zweiten Berges unter dem Winkel α . Der Punkt B liegt $a = \overline{AB}$ Meter über dem See. Das Spiegelbild E des Gipfels im

See sieht man von B unter dem Winkel β .

Gesucht ist die Höhe $b = \overline{CD}$ des zweiten Berges in Abhängigkeit von a , α und β .

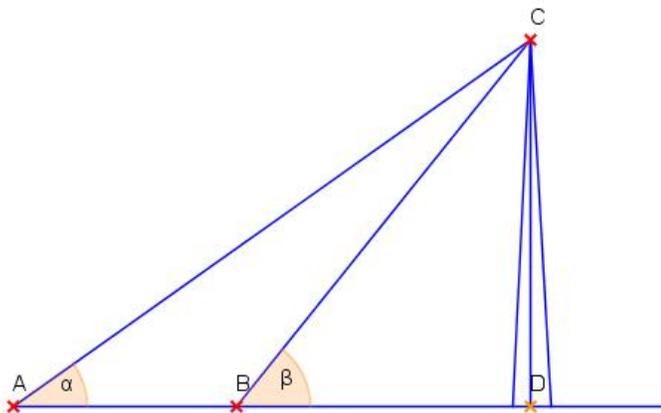


Lösung: (1) $\sin\beta = \frac{a}{\overline{BE}} \Rightarrow \overline{BE} = \frac{a}{\sin\beta}$

(2) Nach dem Sinussatz gilt: $\frac{\overline{BE}}{\overline{ED}} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta + \alpha)} \Rightarrow \overline{ED} = \overline{BE} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}$

(3) $b = \overline{CD} = \overline{ED} \cdot \sin\beta = \overline{BE} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} \cdot \sin\beta = \frac{a}{\sin\beta} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} \cdot \sin\beta = a \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}$

10.6 Die Spitze eines Turmes wird von Punkt A aus unter einem Winkel $\alpha = 30^\circ$ gesehen, vom Punkt B aus unter einem Winkel $\beta = 60^\circ$. Die Strecke $\overline{AB} = 80$ m lang. Wie hoch ist der Turm? Höhe $h = \overline{CD}$.

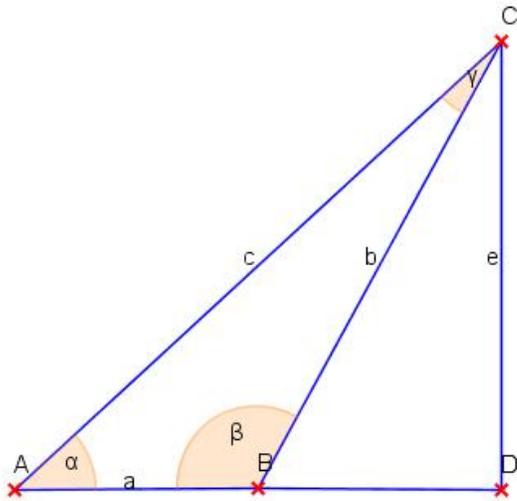


Lösung: $\sphericalangle ACB = \gamma = 30^\circ$, wenn $\alpha = 30^\circ$

nach dem Sinussatz gilt: $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$; $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{BC}}{80} \Rightarrow \overline{BC} = 80$

$$h = \overline{CD} = 80 \cdot \sin 60^\circ = 80 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 40\sqrt{3} \quad (\approx 69,2 \text{ m})$$

10.7 Gegeben: $\overline{AC} = c = 20 \text{ cm}$; $\overline{BC} = b = 13 \text{ cm}$; $\overline{DC} = e = 12 \text{ cm}$;
 gesucht: $\sin \alpha$; $\sin \beta$; $\sin \gamma$;



Lösung: nach dem Lehrsatz des Pythagoras angewendet auf das $\triangle BDC$ folgt: $\overline{BD} = 5 \text{ cm}$
 und analog für das $\triangle ADC$ folgt: $\overline{AD} = 16 \text{ cm}$
 $\Rightarrow \overline{AB} = a = 11 \text{ cm}$;

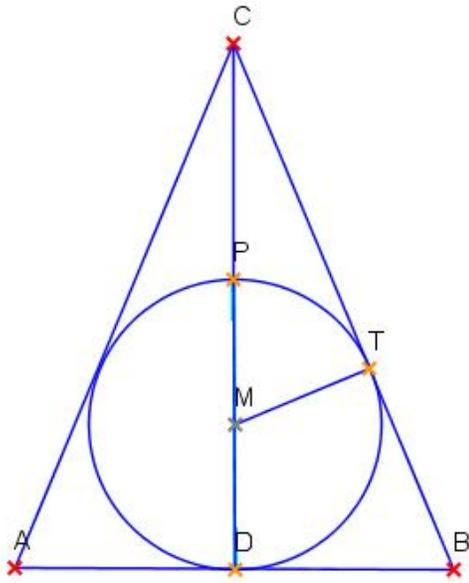
$$\text{in } \triangle BDC \text{ sei } \sphericalangle DBC = \beta^* \Rightarrow \sin \beta^* = \frac{e}{b} = \frac{12}{13}$$

$$\sin \beta = \sin(180^\circ - \beta^*) = \sin \beta^* \Rightarrow \sin \beta = \frac{12}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{e}{c} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\text{(Sinussatz): } \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sin \gamma = 0,6 \cdot \frac{11}{13} = \frac{33}{65}$$

10.8 Gegeben: $c = 2 \overline{AD} = 2 \overline{DB} = 6 \text{ cm}$; $r = \overline{MT} = 2 \text{ cm}$; $y = \overline{CT}$;
 gesucht: $x = \overline{CT}$



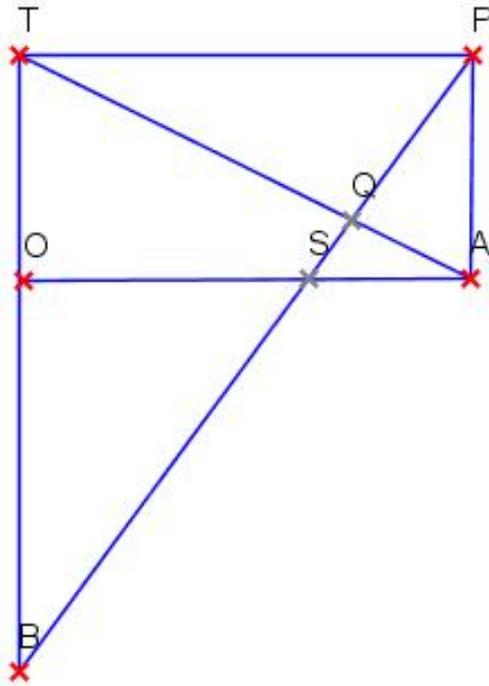
Lösung: die Dreiecke $\triangle ADC$ und $\triangle MTC$ sind ähnlich

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{c}{2} : (y + 2r) = r : x \\ \text{(II)} \quad \frac{c}{2} : \left(x + \frac{c}{2}\right) = r : (y + r) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{(I)} \quad y + 2r = \frac{c}{2r} x \\ \text{(II)} \quad y = \frac{2r}{c} x \end{array} \right\}$$

$$\text{(I)} - \text{(II)} \Rightarrow r = x \cdot \left(\frac{c}{2r} - \frac{2r}{c} \right) - r \Rightarrow x = \frac{2r \cdot 2rc}{c^2 - 4r^2} \Rightarrow x = 4,8 \text{ cm} \quad \text{und} \quad y = 3,2 \text{ cm}$$

10.9 Gegeben ist das Rechteck OAPT mit $a = \overline{SA}$; $b = \overline{BT} = 4a$;

gesucht: $x = \overline{OA}$; $y = \overline{OT}$



Lösung: (I) die Dreiecke $\triangle APS$ und $\triangle APT$ sind ähnlich $\Rightarrow a : y = y : x \Rightarrow y^2 = ax$;

(II) die Dreiecke $\triangle APT$ und $\triangle PTB$ sind ähnlich $\Rightarrow y : x = x : b \Rightarrow y = \frac{x^2}{b}$;

aus (I) und (II) folgt: $ax = \frac{x^4}{b^2} \Rightarrow (\text{für } x \neq 0) \quad x = 2a\sqrt[3]{2} \text{ und } y = a \cdot \sqrt[3]{4}$

Studienkolleg bei den Universitäten des Freistaates Bayern

Aufnahmeprüfung

Mathematiktest

Prüfungsnummer:

Name:

Studienfach:

Hinweis: Die Bearbeitung und die Lösung sind auf diese Blätter zu schreiben.
Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Arbeitszeit: 60 Minuten

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$(6x^3 - 7x^2 - x + 2) = 0$$

// Lösung: durch Probieren findet man $x = 1$ als eine Lösung.
die Polynomdivision liefert: $(6x^3 - 7x^2 - x + 2):(x-1) = 6x^2 - x - 2$

$$\text{Lösungsmenge } \mathbb{L} = \left\{ 1; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2} \right\} //$$

2. Vereinfachen Sie:

$$\left(\frac{\sqrt[12]{x^5}}{\sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}} \right) \cdot \sqrt[12]{\frac{1}{x}} =$$

// Lösung: ... = 2 //

3. Vereinfachen Sie:

$$\left(\frac{ay+1}{y^2-1} - \frac{a}{y-1} + \frac{a}{y^2+y} \right) : \frac{1}{y^2+y} =$$

// Lösung: ... = $\frac{y-a}{y-1}$ //

4. Für welche reellen Werte von k hat die folgende Gleichung genau zwei verschiedene reelle Lösungen?

$$x^2 - kx + k + 3 = 0$$

// Lösung: die Diskriminante $D = k^2 - 4k - 12 > 0 \Leftrightarrow k > 6$ oder $k < -2$ //

5. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\left| \frac{2x+1}{x-2} \right| < 1$$

// Lösung: die Definitionsmenge $ID = \mathbb{R}$ ohne $\{2\}$

$$1. \text{ Fall: } x > 2 \Rightarrow IL = \{ \}$$

$$2. \text{ Fall: } -\frac{1}{2} \leq x < 2 \Rightarrow IL = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{3} \right\} = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right[$$

$$3. \text{ Fall: } x < -\frac{1}{2} \Rightarrow IL = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -3 < x < -\frac{1}{2} \right\} = \left] -3; -\frac{1}{2} \right[$$

$$\text{Gesamtlösungsmenge } IL = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -3 < x < \frac{1}{3} \right\} = \left] -3; \frac{1}{3} \right[//$$

6. Bestimmen Sie für die folgende Gleichung die maximale Definitionsmenge D sowie die Lösungsmenge L in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$:

$$\log_2(x+3) + \log_2(x-2) = 1 + \log_2 x$$

// Lösung: die Definitionsmenge $ID =]2; +\infty[$

$$\log_2[(x+3) \cdot (x-2)] = \log_2(2x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 2x \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$$

die Lösungsmenge $IL = \{3\}$ //

7. Bestimmen Sie die Lösungsmenge L in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$9^x \cdot 3^{3x-1} = 3^{-2} \cdot 27^x$$

$$// \text{Lösung: } 3^{2x} \cdot 3^{3x-1} = 3^{-2} \cdot 3^{3x} \Leftrightarrow 3^{5x-1} = 3^{3x-2} \Leftrightarrow 5x-1 = 3x-2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{die Lösungsmenge } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} //$$

8. Für welche $x \in \mathbb{R}$ und $0 \leq x \leq 2\pi$ gilt die folgende Gleichung:
 $1 + \cos 2x = \cos x$?

// Lösung:

$$1 + 2\cos^2 x - 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x \cdot (2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\text{die Lösungsmenge } \mathbb{L} = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi; \frac{5}{3}\pi \right\} //$$

9. Jemand hat 30 Flaschen Getränke der Sorten A, B und C für 30 gleiche Münzen gekauft.
 x , y und z sind jeweils die Anzahl der Flaschen von Sorte A, B und C.
 Für 3 Flaschen der Sorte A zahlte er eine Münze, für zwei Flaschen der Sorte B ebenfalls eine Münze und für jede Flasche der Sorte C zwei Münzen.
 Wie viele Flaschen jeder Sorte hat er gekauft ?

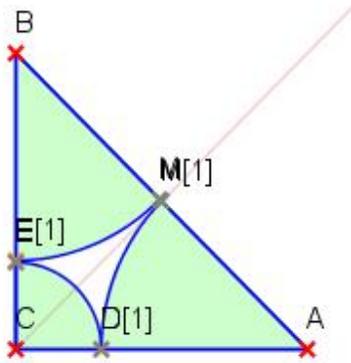
$$// \text{Lösung: (1) } x + y + z = 30 \Leftrightarrow z = 30 - x - y$$

$$(2) \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + 2z = 30 \quad \{ (1) \text{ in } (2) \text{ einsetzen liefert die Gleichung:}$$

$$20 - \frac{10}{9}x = y. \text{ Da } x, y, z \in \mathbb{N} \text{ sein müssen, folgt: } x = 9; \quad y = 10; \quad z = 11;$$

Antwort: 9 Flaschen von A, 10 Flaschen von B, 11 Flaschen von C. //

10. Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig-rechtwinklig. Die Schenkel sind $\overline{AC} = \overline{CB} = r$ cm lang. M[1] ist der Mittelpunkt der Strecke [AB]. Die drei Kreisbögen haben die Mittelpunkte A, B und C und berühren sich auf den Dreiecksseiten in den Punkten D[1], E[1] und M[1]. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Flächenstücks D[1]E[1]M[1] in der Mitte des Dreiecks in Abhängigkeit von r, das von den Kreisbögen begrenzt wird. Siehe Skizze!



// Lösung:

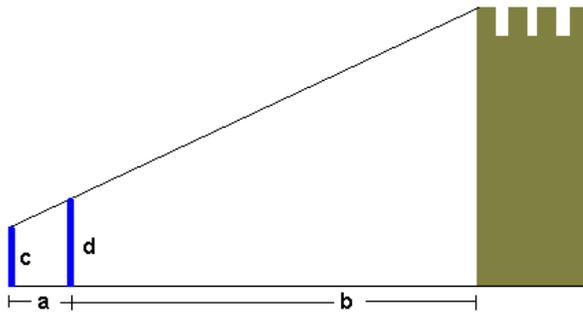
$$(a) F_{ABC} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2} r^2$$

$$(b) 2 \cdot F_{AM[1]D[1]} = 2 \cdot \frac{1}{8} \overline{AM[1]}^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{r}{2} \sqrt{2} \right)^2 \pi = \frac{1}{8} r^2 \pi$$

$$(c) F_{CD[1]E[1]} = \frac{1}{4} \left(r - \frac{r}{2} \sqrt{2} \right)^2 \pi = \frac{1}{4} r^2 \pi \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$(d) F_{D[1]M[1]E[1]} = \frac{1}{2} r^2 - \frac{1}{2} r^2 \pi + \frac{\sqrt{2}}{4} r^2 \pi //$$

11. Es soll die Höhe des abgebildeten Turms ermittelt werden. Hierzu werden zwei Stäbe so aufgestellt, dass sie beide senkrecht stehen und dass man über ihre oberen Enden die Turmspitzen anpeilen kann. Die beiden Stäbe sind 1,80 m bzw. 2,30 m lang. Welche Turmhöhe ergibt sich, wenn folgende Messungen durchgeführt wurden: $a=2$ m; $b=106$ m. Stellen Sie zuerst eine Formel für die Höhe h in Abhängigkeit von a, b, c und d auf und berechnen Sie dann ohne Taschenrechner die Höhe h.



// Lösung: Die Höhe des Turms sei h; α sei der Winkel zwischen der Waagrechten und der Geraden zur Turmspitze.

$$\tan \alpha = \frac{d-c}{a} = \frac{h-c}{a+b}$$

$$\tan \alpha = \frac{2,3-1,8}{2} = \frac{h-1,8}{106+2}$$

$$\Rightarrow h = 28,8 \text{ [m]}$$

//